

ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 11

ΕΜΒΑΔΟΝ ΕΠΙΠΕΔΟΥ ΧΩΡΙΟΥ

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - x - 2$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη C_f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x = -2$ και $x = 3$.
2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2, & x \leq 2 \\ e^x + 1, & x > 2 \end{cases}$.
 - i) Να αποδείξετε ότι η f είναι συνεχής.
 - ii) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη C_f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x = -1$ και $x = 1$.
3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -x^2 + 4x - 3$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη C_f , τον άξονα $x'x$ και τον άξονα $y'y$.
4. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = e^x$ και $g(x) = 1 - x$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη C_f , τη C_g και τις ευθείες $x = -1$ και $x = 1$.
5. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^3 + x$ και $g(x) = x^2 + 3x$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη C_f , τη C_g .
6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 2x + 2$.
 - i) Να βρείτε την εφαπτομένη (ϵ) της C_f στο σημείο της $M(2, f(2))$.
 - ii) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη C_f , την

ευθεία (ε) και τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

7. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2$ και έστω Ω το χωρίο που περικλείεται από τη C_f και την ευθεία (ε) $y = 4$. Να βρείτε οριζόντια ευθεία $y = \lambda^2$, $\lambda > 0$ που να χωρίζει το Ω σε δύο ισεμβαδικά χωρία.
8. Δίνεται η συνάρτηση $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x - \sin x$.
- i) Να αποδείξετε ότι η f είναι 1-1.
 - ii) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη $C_{f^{-1}}$, τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες με εξισώσεις $x = -1$ και $x = \pi + 1$.
 - iii) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται μεταξύ των C_f και $C_{f^{-1}}$.