

ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 2

ΕΥΘΕΙΑ 1

1) Οι συντεταγμένες ενός σημείου $M(x, y)$ επαληθεύουν την εξίσωση:

$$x^2 + y^2 - 2xy - 3x + 3y + 2 = 0$$

- α) Να αποδειχθεί ότι το σημείο M κινείται σε δύο ευθείες (ε) και (η).
- β) Να αποδειχθεί ότι $\varepsilon \parallel \eta$.
- γ) Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες (ε) και (η), με τον άξονα $x'x$.
- δ) Να βρεθεί η απόσταση των ευθειών (ε) και (η).
- ε) Να βρεθεί η μεσοπαράλληλη των ευθειών (ε) και (η).

2) Σε ένα τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$, με $(AB): x - 2y + 12 = 0$, το κέντρο του K έχει συντεταγμένες $K(1, -1)$.

- α) Να βρεθεί το εμβαδόν του τετραγώνου.
- β) Να αποδειχθεί ότι η $\Gamma\Delta$ έχει εξίσωση $x - 2y - 18 = 0$.
- γ) Να βρεθούν οι εξισώσεις των $A\Delta$ και $B\Gamma$.
- δ) Να βρεθούν οι συντεταγμένες των κορυφών του τετραγώνου.

3) Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $B(1, -1)$. Μια διχοτόμος (δ) του τριγώνου έχει εξίσωση $x - 3y + 6 = 0$ και ένα ύψος (υ), που άγεται από διαφορετική κορυφή, έχει εξίσωση $x + y + 2 = 0$.

- α) Να βρεθούν οι συντεταγμένες της κορυφής A .
- β) Να βρεθεί το συμμετρικό του B ως προς τη διχοτόμο (δ).
- γ) Να βρεθεί η εξίσωση της $A\Gamma$.
- δ) Να βρεθούν οι συντεταγμένες της κορυφής Γ .
- ε) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

- 4) Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και E το μέσο της $B\Gamma$. Έστω επίσης $AZ \perp \Delta E$. Να αποδειχθεί ότι $BZ=AB$.
- 5) Οι συντεταγμένες δύο κινητών P_1 και P_2 για κάθε χρονική στιγμή t ($t>0$) είναι $P_1(t, t + 3)$ και $P_2(2t - 5, t + 1)$.
- α) Όταν P_1 έχει συντεταγμένες $(1, 4)$, ποιες είναι οι συντεταγμένες του P_2 ;
- β) Να βρεθεί η απόσταση των κινητών τη χρονική στιγμή $t=2$.
- γ) Να βρεθεί το είδος των γραμμών στις οποίες κινούνται τα δύο κινητά.
- δ) Να εξεταστεί αν υπάρχει περίπτωση:
- i) να συναντηθούν οι πορείες των δύο κινητών (όχι υποχρεωτικά τα κινητά),
- ii) να συναντηθούν τα κινητά.
- 6) Δίνεται η εξίσωση (ε): $2x + y - 5 + \lambda(x + 2y - 1) = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
- i) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (ε) παριστάνει ευθεία για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
- ii) Να αποδείξετε ότι η ευθεία (ε) διέρχεται από ένα σταθερό σημείο A , καθώς το λ μεταβάλλεται στο \mathbb{R} .
- iii) Αν το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$, όπου A είναι το σημείο του ερωτήματος ii), έχει μια πλευρά του στην ευθεία (η): $5x + 12y + 10 = 0$, να βρείτε το εμβαδόν του.
- 7) Δίνονται οι ευθείες (ε): $2x - y + 3 = 0$ και (η): $x + 2y - 1 = 0$ και το σημείο $K(2, -1)$. Μια ευθεία (ζ) διέρχεται από το K και τέμνει τις ευθείες (ε) και (η) στα σημεία B και Γ αντίστοιχα.
- i) Να βρείτε ένα διάνυσμα $\vec{\alpha} \perp \varepsilon$, ένα διάνυσμα $\vec{\beta} \perp \eta$, και να αποδείξετε ότι $\varepsilon \perp \eta$.
- ii) Να βρείτε τις εξισώσεις των διχοτόμων των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες (ε) και (η).
- iii) Να βρείτε το σημείο τομής A των ευθειών (ε) και (η).
- iv) Αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές, να βρείτε την εξίσωση της $B\Gamma$.
- 8) Δίνονται τα σημεία $A(-2, 1)$, $B(3, 5)$ και $\Gamma(2, 4)$.
- i) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ σχηματίζουν τρίγωνο.
- ii) Ένα μεταβλητό σημείο M έχει την ιδιότητα $(MB\Gamma)=3(AB\Gamma)$. Να αποδείξετε ότι το M κινείται σε δύο παράλληλες ευθείες (ε) και (η), οι οποίες είναι

παράλληλες και με την ευθεία ΒΓ.

iii) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης (μ) των (ϵ) και (η).

9) Από τα λιμάνια $K(-6, 17)$ και $\Lambda(2, -14)$ αναχωρούν συγχρόνως στις 7π.μ. δύο πλοία Α και Β αντίστοιχα. Οι συντεταγμένες των πλοίων προσδιορίζονται από ένα ραντάρ και είναι $A(4t-1, 17-3t)$ και $B(3t+2, 4t-14)$, όπου $t \geq 0$ είναι ο χρόνος σε ώρες μετρημένος από τις 7 π.μ.

i) Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα πλοία στις 8 π.μ.;

ii) Να βρείτε τις εξισώσεις των γραμμών που αντιστοιχούν στις πορείες των πλοίων.

iii) Τα πλοία διέρχονται από έναν σταθμό ανεφοδιασμού Σ. Να βρείτε τις συντεταγμένες του Σ και την ώρα άφιξης των πλοίων σ' αυτόν.

iv) Αν το ραντάρ βρίσκεται στη θέση $P(5, 5)$, πόσο πλησιάζουν τα πλοία στη θέση αυτή;

