

ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 6

ΥΠΕΡΒΟΛΗ

1. Να βρεθεί η εξίσωση της χορδής της υπερβολής $(C): x^2 - 4y^2 = 4$, η οποία έχει μέσα το σημείο $M(3, -1)$.
2. Ένα σημείο M κινείται έτσι, ώστε η απόστασή του από το σημείο $A(0, 5)$ να είναι τα $\frac{5}{3}$ της απόστασής του από την ευθεία $(\eta): 5y - 9 = 0$. Να βρεθούν:
 - i) ο γεωμετρικός τόπος (C) του σημείου M ,
 - ii) οι εστίες, οι ασύμπτωτες και η εκκεντρότητα της (C) .
3. Αν η εκκεντρότητα μιας υπερβολής είναι $e=2$ και οι εστίες της βρίσκονται στον άξονα $x'x$ να βρείτε την οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ασύμπτωτες της.
4. Δίνεται η υπερβολή $(C): 4x^2 - 9y^2 = 36$ και το σημείο $M(6, 2)$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ) , η οποία διέρχεται από το M και τέμνει τη (C) στα σημεία Γ, Δ έτσι, ώστε να ισχύει $M\Gamma = M\Delta$.
5. Να αποδείξετε ότι η ευθεία $(\epsilon): y = 2x + 1$ εφάπτεται ταυτόχρονα στη ν παραβολή $(C_1): y^2 = 8x$ και την υπερβολή $(C_2): 7x^2 - 2y^2 = 14$.
6. Να βρείτε την εξίσωση της χορδής της υπερβολής $(C): \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$, η οποία έχει μέσο $M(4, 1)$.

- 7.** Δίνεται το σημείο $E(5, 0)$ και η ευθεία $(\delta): 5x - 16 = 0$.
- i) Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο (C) των σημείων M του επιπέδου για τα οποία είναι $ME = \frac{5}{4}d(M, \delta)$.
- ii) Να βρείτε τις εστίες, τις κορυφές, την εκκεντρότητα και τις ασύμπτωτες της (C) .
- 8.** Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο (C) των σημείων M των οποίων η απόσταση από το σημείο $E(0, 6)$ είναι τα $\frac{3}{2}$ της απόστασής τους από την ευθεία $(\eta): 3y - 8 = 0$.
- 9.** Να αποδείξετε ότι το σημείο $M\left(\frac{4}{\sin\theta}, 3\epsilon\phi\theta\right)$, με $\theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, κινείται, καθώς το θ μεταβάλλεται, σε μια υπερβολή.
- 10.** Μια μεταβλητή ευθεία (ζ) , παράλληλη προς την ευθεία $2x - y + 5 = 0$, τέμνει την υπερβολή $4x^2 - 9y^2 = 36$ στα σημεία Γ και Δ . Αν $\Gamma(x_1, y_1)$ και $\Delta(x_2, y_2)$, να αποδείξετε ότι:
- i) $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{4}{9} \cdot \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}$,
- ii) το μέσο M του $\Gamma\Delta$ κινείται στην ευθεία $(\eta): 2x - 9y = 0$.