

ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 3
ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

1) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i) $A = |x^2 - 4x + 4|$

ii) $B = |-x^2 - 3|$

iii) $\Gamma = |2x - x^2 - 1|$

iv) $\Delta = |(x-1)(x+1) + 3|$

v) $E = |(2x+1)^2 - (x+1)^2 - 2x^2 + 1|$.

2) Αν $x < 3$, να απλοποιήσετε τις ακόλουθες παραστάσεις:

i) $A = x - |3 - x|$

ii) $B = x - |2x - 6|$.

3) Αν $a < 3 < \beta$, να απλοποιήσετε τις ακόλουθες παραστάσεις:

i) $A = |3 - a| + |3 - \beta| - |a - \beta|$

ii) $B = |a - 3| + |\beta| + |a - \beta|$

iii) $\Gamma = |a - \beta| - |5 - a| - |1 - \beta|$.

4) Αν ισχύει $-4 < x < -1$, να αποδείξετε ότι οι επόμενες παραστάσεις είναι ανεξάρτητες του x :

i) $A = |3x + 3| - |2x + 8| - |5x|$

ii) $B = |2x - 3| - |1 - 3x| + |-x|$.

5) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i) $A = \frac{x^2 + 2|x|}{|x| + 2}$

ii) $B = \frac{|x|^3 + 3x^2}{2|x| + 6}$

iii) $\Gamma = \frac{x^2 - 1}{|x| + 1}$.

6) Δίνεται η παράσταση: $A = |x + 2| + |3 - x| - 2|x|$. Να βρείτε για ποιες τιμές του x η παράσταση A είναι ανεξάρτητη του x .

7) Να γράψετε την παράσταση $A = |x - |x|| + |x + |x||$ χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.

8) Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει:

i) $\left| \frac{2x}{x^2 + 1} \right| \leq 1$

ii) $\frac{4x^2 + 9}{12} \geq |x|$.

9) Αν $|x| \leq 2$ και $|y| \leq 3$, να αποδείξετε ότι:

i) $|x + y| \leq 5$

ii) $|x - y| \leq 5$

iii) $|3x + y| \leq 9$

iv) $|2x - 3y| \leq 13$

v) $\left| \frac{x}{2} - \frac{y}{3} + 5 \right| \leq 7$.

10) Δίνεται η παράσταση: $A = |x - 3| - |x + 1| + |y - 1| - |y + 2|$ όπου $-1 \leq x \leq 3$ και $-2 \leq y \leq 1$. Να απλοποιήσετε την παράσταση A και να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της παράστασης A .

11) Δίνεται η παράσταση: $A = 2 - \frac{|1 - x|}{x^2 - 2x + 1}$. Να απλοποιήσετε την παράσταση A και να την γράψετε χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.